

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I -- Scrieți litera corespunzătoare singurei răspuns corecte.

(10,5p) 1. Forma rectei

A. $0,5$;

(10,5p) 2. Cel mai mic număr natural prim de două cifre este:

A. 10;

(10,5p) 3. Suma numerelor raționale pozitive $\frac{1}{5}$ și $\frac{1}{6}$ este egală cu:

A. $\frac{3}{5}$;

(10,5p) 4. Cel mai mic număr natural prim de două cifre este:

A. 100;

(10,5p) 5. Rezultatul calculului $(-1)^{2008} + (-1)^{2009}$ este egal cu:

A. 2;

(10,5p) 6. Soluția inecuației $-3x \leq 9$, unde $x \in \mathbb{Z}$, este:

A. $\{3, 4, 5, \dots\}$;

(10,5p) 7. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 8 este egal cu:

A. 12;

(10,5p) 8. Dacă ABC este un triunghi dreptunghic în A și $\sin(\angle B) = \frac{1}{2}$, atunci $\angle C$ este egal cu:

A. 60° ;

(10,5p) 9. Calculând 40% din 25 obținem numărul:

A. 10;

(10,5p) 10. Calculând 40% din 25 obținem numărul:

A. 10;

Partea a II-a -- La următoarele probleme se rezolvă în 15 minute.

(10,5p) 1. Se consideră triunghiul isoscel ABC . Dacă $\angle A = 100^\circ$, atunci $\angle B$ este egal cu:

A. 40° ;

(10,5p) 2. Se consideră numărul rațional pozitiv $x = \frac{1}{5}$. Atunci x^2 este egal cu:

A. $\frac{1}{25}$;

(10,5p) 3. Se consideră numărul rațional pozitiv $x = \frac{1}{5}$. Atunci x^2 este egal cu:

A. $\frac{1}{25}$;

(10,5p) 4. Se consideră numărul rațional pozitiv $x = \frac{1}{5}$. Atunci x^2 este egal cu:

A. $\frac{1}{25}$;

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

7

Ediția a III-a,
revizuită și adăugită

ÎNVĂȚARE DE ÎNȚIERE
sustinere, remediere



Editura Paralela 45

TESTE DE EVALUARE ÎNIIĂLĂ	5
---------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional.....	8
Lecția 2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical	12
Lecția 3. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale	15
Lecția 4. Modulul unui număr real.....	18
Lecția 5. Compararea și ordonarea numerelor reale.....	22
Lecția 6. Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări.....	26
Teste de evaluare sumativă	30
Lecția 7. Adunarea și scăderea numerelor reale	31
Lecția 8. Înmulțirea numerelor reale	36
Lecția 9. Puterea cu exponent număr întreg a numerelor reale	41
Lecția 10. Împărțirea numerelor reale	45
Lecția 11. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$, $b > 0$	50
Teste de evaluare sumativă	55
Lecția 12. Media aritmetică și media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$	57
Lecția 13. Media geometrică a două numere reale pozitive	61
Lecția 14. Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$	64
Teste de evaluare sumativă	67
Fișă pentru portofoliul elevului.....	69
Probleme din realitatea cotidiană.....	71

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PATRULATERUL

Lecția 1. Patrulaterul convex.....	73
Lecția 2. Paralelogramul	77
Lecția 3. Dreptunghiul	82
Lecția 4. Rombul.....	86
Lecția 5. Pătratul	90
Lecția 6. Linia mijlocie în triunghi.....	94
Lecția 7. Centrul de greutate al triunghiului.....	99
Teste de evaluare sumativă	102
Lecția 8. Trapezul. Trapezul isoscel.....	104
Lecția 9. Linia mijlocie în trapez.....	109
Lecția 10. Perimetrul și aria triunghiului.....	113
Lecția 11. Perimetrul și aria patrulaterului.....	117
Teste de evaluare sumativă	124
Fișă pentru portofoliul elevului	125
Probleme din realitatea cotidiană.....	127

CAPITOLUL II. CERCUL

Lecția 12. Unghi înscris în cerc.....	130
Lecția 13. Coarde și arce în cerc.....	135
Lecția 14. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc.....	139
Lecția 15. Poligoane regulate înscrise într-un cerc.....	143
Lecția 16. Lungimea cercului și aria discului.....	147
Teste de evaluare sumativă.....	151
Fișă pentru portofoliul elevului.....	152
Probleme din realitatea cotidiană.....	155

MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I.....	157
--	-----

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ.....	159
---	-----

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....	163
------------------------------	-----

MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional



Citesc și rețin

Definiție: Un număr natural a se numește **pătrat perfect** dacă există un număr natural b , astfel încât $a = b^2$.

Exemple: $9 = 3^2$, $25 = 5^2$, $100 = 10^2$.

Observație: Dacă a , $a \neq 0$, este un număr natural pătrat perfect, atunci există două numere întregi b și $-b$ cu proprietatea că $a = b^2 = (-b)^2$.

Exemple: $1 = 1^2 = (-1)^2$, $4 = 2^2 = (-2)^2$, $9 = 3^2 = (-3)^2$.

Definiție: **Rădăcina pătrată** a numărului natural pătrat perfect a ($a = b^2$, $b \in \mathbb{Z}$) este numărul natural $|b|$. Notăm $\sqrt{a} = |b|$.

Exemple: $\sqrt{5^2} = 5$; $\sqrt{19^2} = 19$; $\sqrt{(-11)^2} = |-11| = 11$.

Observații:

1. Dacă $a = b^2$, $b \in \mathbb{N}$, atunci $\sqrt{a} = b$.

2. Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $b \in \mathbb{N}^*$, atunci $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.



Cum se aplică?

1. Calculați:

a) $\sqrt{25}$;

b) $\sqrt{81}$.

Soluție:

a) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$;

b) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{49}{64}}$;

b) $\sqrt{\frac{48}{75}}$.

Soluție:

a) $\sqrt{\frac{49}{64}} = \sqrt{\frac{7^2}{8^2}} = \frac{7}{8}$;

b) $\sqrt{\frac{48}{75}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$.

3. Determinați cardinalul mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5 < \sqrt{n} \leq 6\}$.

Soluție:
 $5 < \sqrt{n} \leq 6$, deci $25 < n \leq 36$, de unde rezultă $A = \{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$, prin urmare $\text{card } A = 11$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Arătați că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

- a) $16 = \dots\dots\dots$; b) $36 = \dots\dots\dots$; c) $49 = \dots\dots\dots$; d) $64 = \dots\dots\dots$; e) $81 = \dots\dots\dots$;
f) $100 = \dots\dots\dots$; g) $144 = \dots\dots\dots$; h) $196 = \dots\dots\dots$; i) $324 = \dots\dots\dots$; j) $400 = \dots\dots\dots$.

2. Citiți următoarele propoziții:

- a) $\sqrt{25} = 5$; b) $\sqrt{169} = 13$; c) $\sqrt{361} = 19$; d) $\sqrt{81} = 9$.

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\sqrt{14^2} = 14$; ☐ b) $\sqrt{19^2} = 19$; ☐ c) $\sqrt{41^2} = 41$; ☐
d) $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$; ☐ e) $\sqrt{(-13)^2} = -13$; ☐ f) $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$. ☐

4. Calculați:

- a) $\sqrt{16} = \dots\dots\dots$; b) $\sqrt{25} = \dots\dots\dots$; c) $\sqrt{36} = \dots\dots\dots$; d) $\sqrt{49} = \dots\dots\dots$; e) $\sqrt{64} = \dots\dots\dots$;
f) $\sqrt{100} = \dots\dots\dots$; g) $\sqrt{121} = \dots\dots\dots$; h) $\sqrt{144} = \dots\dots\dots$; i) $\sqrt{225} = \dots\dots\dots$; j) $\sqrt{256} = \dots\dots\dots$.

5. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $\sqrt{(-11)^2} = \dots\dots\dots$; b) $\sqrt{(-23)^2} = \dots\dots\dots$; c) $\sqrt{(-59)^2} = \dots\dots\dots$; d) $\sqrt{(-77)^2} = \dots\dots\dots$.

6. Determinați mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 7\} = \dots\dots\dots$; b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 8\} = \dots\dots\dots$;
c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 29\} = \dots\dots\dots$; d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 67\} = \dots\dots\dots$.

7. Calculați:

- a) $\sqrt{16} + \sqrt{25}$; b) $\sqrt{64} - \sqrt{49}$; c) $\sqrt{36} + \sqrt{81}$; d) $\sqrt{64} + \sqrt{25}$;
e) $\sqrt{81} - \sqrt{36} = \dots\dots\dots$; f) $\sqrt{16} - \sqrt{64} = \dots\dots\dots$.

8. Calculați:

- a) $(\sqrt{225} - \sqrt{36}) \cdot \sqrt{100}$; b) $\sqrt{121} : (\sqrt{25} - \sqrt{256})$; c) $\sqrt{144} : (\sqrt{49} - \sqrt{169})$;
d) $\sqrt{196} : (\sqrt{64} - \sqrt{100}) = \dots\dots\dots$.

9. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$; ☐ b) $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$; ☐ c) $\sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$; ☐ d) $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$. ☐

10. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{36}{25}} = \text{---}$;

b) $\sqrt{\frac{16}{49}} = \text{---}$;

c) $\sqrt{\frac{64}{81}} = \text{---}$;

d) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \text{---}$;

e) $\sqrt{\frac{81}{100}} = \text{---}$;

f) $\sqrt{\frac{49}{144}} = \text{---}$;

g) $\sqrt{\frac{225}{64}} = \text{---}$;

h) $\sqrt{\frac{196}{25}} = \text{---}$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Efectuați mai întâi simplificările și apoi calculați:

a) $\sqrt{\frac{27}{12}}$; b) $\sqrt{\frac{18}{32}}$; c) $\sqrt{\frac{45}{20}}$; d) $\sqrt{\frac{75}{108}}$; e) $\sqrt{\frac{96}{294}}$; f) $\sqrt{\frac{175}{567}}$.

12. Calculați:

a) $\sqrt{0,75 \cdot 0,3}$; b) $\sqrt{0,96 \cdot 0,6}$; c) $\sqrt{0,27 \cdot 1,3}$; d) $\sqrt{1,35 \cdot 1,6}$.

13. Calculați:

a) $\sqrt{0,3 \cdot 2,1(3)}$; b) $\sqrt{0,6 \cdot 0,2(6)}$; c) $\sqrt{5,5 \cdot 0,6(1)}$; d) $\sqrt{4,5 \cdot 1,3(8)}$.

14. Calculați rădăcina pătrată a numărului natural n , în următoarele cazuri:

a) $n = \sqrt{225} + \sqrt{100} - \sqrt{81}$;

b) $n = \sqrt{324} + \sqrt{25} + \sqrt{169}$;

c) $n = 3\sqrt{256} - \sqrt{16} + \sqrt{400}$;

d) $n = \sqrt{324} - \sqrt{49} + 5\sqrt{196}$.

15. Calculați rădăcina pătrată a numărului natural n , în următoarele cazuri:

a) $n = (\sqrt{576} + \sqrt{256}) : \sqrt{100}$;

b) $n = \sqrt{324} : (\sqrt{256} - \sqrt{196})$;

c) $n = (\sqrt{900} + \sqrt{324}) : \sqrt{144}$;

d) $n = \sqrt{144} \cdot (\sqrt{289} - \sqrt{196})$.

16. Determinați mulțimile:

a) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < \sqrt{n} < 2\}$;

b) $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq \sqrt{n} < 3\}$;

c) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < \sqrt{n} \leq 4\}$;

d) $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \leq \sqrt{n} \leq 5\}$.

17. Determinați numerele naturale consecutive m și n pentru care $m < x < n$, în fiecare din cazurile:

a) $x = \sqrt{35}$;

b) $x = \sqrt{51}$;

c) $x = \sqrt{73}$;

d) $x = \sqrt{94}$.

18. Determinați numerele naturale consecutive p și q pentru care $p < x < q$, în următoarele cazuri:

a) $x = \sqrt{27,5}$;

b) $x = \sqrt{43,2}$;

c) $x = \sqrt{61,7}$;

d) $x = \sqrt{79,8}$.

19. Determinați numerele naturale consecutive p și q pentru care $p < x < q$, în următoarele cazuri:

a) $x = \sqrt{\frac{123}{2}}$;

b) $x = \sqrt{\frac{215}{3}}$;

c) $x = \sqrt{\frac{357}{4}}$;

d) $x = \sqrt{\frac{401}{5}}$.

20. Calculați:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt{\frac{1}{49}} + \sqrt{\frac{1}{16}}; & \text{b)} \sqrt{\frac{1}{25}} - \sqrt{\frac{1}{36}}; & \text{c)} \sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt{\frac{1}{36}}; \\ \text{d)} \sqrt{\frac{49}{64}} - \sqrt{\frac{25}{144}}; & \text{e)} \sqrt{\frac{81}{25}} - \sqrt{\frac{9}{100}}; & \text{f)} \sqrt{\frac{81}{400}} + \sqrt{\frac{16}{25}}. \end{array}$$

21. Calculați:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{1}{16}} : \left(\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{49}{36}} - \sqrt{\frac{9}{144}} \right); & \text{b)} \sqrt{\frac{1}{64}} : \left(\sqrt{\frac{100}{9}} - \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{9}{64}} \right); \\ \text{c)} \left(\sqrt{\frac{225}{81}} - \sqrt{\frac{121}{36}} - \sqrt{\frac{49}{16}} \right) : \sqrt{\frac{1}{36}}; & \text{d)} \left(\sqrt{\frac{169}{400}} - \sqrt{\frac{81}{100}} + \sqrt{\frac{64}{25}} \right) : \sqrt{\frac{1}{25}}. \end{array}$$

22. Determinați cel mai mic număr natural nenul n pentru care:

$$\text{a)} \sqrt{45 \cdot n} \in \mathbb{N}; \quad \text{b)} \sqrt{63 \cdot n} \in \mathbb{N}; \quad \text{c)} \sqrt{75 \cdot n} \in \mathbb{N}; \quad \text{d)} \sqrt{80 \cdot n} \in \mathbb{N}.$$

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Calculați:

$$\text{a)} \left[\sqrt{1,3(8):0,5} + \sqrt{2\frac{14}{25}} \right] : \sqrt{1,96}; \quad \text{b)} \left[\sqrt{0,8(3):1,2} - \sqrt{1\frac{40}{81}} \right] : \sqrt{0,49}.$$

24. Determinați cel mai mic număr natural nenul n , pentru care:

$$\text{a)} \sqrt{\frac{12 \cdot n}{245}} \in \mathbb{Q}; \quad \text{b)} \sqrt{\frac{27 \cdot n}{448}} \in \mathbb{Q}.$$

25. Calculați rădăcina pătrată a numărului natural pătrat perfect 100020001.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Calculați:

$$\text{a)} (\sqrt{100} + \sqrt{64}) : \sqrt{9}; \quad \text{b)} \sqrt{49} \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{196}); \quad \text{c)} \sqrt{144} : (\sqrt{1} + \sqrt{121}).$$

(3p) 2. Determinați numerele naturale consecutive m și n care îndeplinesc condiția:

$$m < \sqrt{95,4} < n.$$

(3p) 3. Rotunjiți la prima zecimală numărul:

$$a = \left(\sqrt{\frac{9}{64}} + \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{121}{100}} \right) : \sqrt{1,2:0,8(3)}.$$

Lecția 2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical

Respectă pentru oameni și cărți



Citesc și rețin

Scoaterea factorului a de sub radical se face astfel: $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$, $b \geq 0$.

Introducerea factorului a sub radical se face astfel:

- $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$, dacă $a \geq 0$, $b \geq 0$.
- $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$, dacă $a < 0$ și $b \geq 0$.



Cum se aplică?

1. Scoateți factorii de sub radical:

a) $\sqrt{7^2 \cdot 2}$;

b) $\sqrt{20}$;

c) $\sqrt{108}$.

Soluție:

a) $\sqrt{7^2 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$; b) $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$; c) $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

2. Introduceți factorii sub radical:

a) $3\sqrt{5}$;

b) $4\sqrt{3}$;

c) $-5\sqrt{7}$.

Soluție:

a) $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$;

b) $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$;

c) $-5\sqrt{7} = -\sqrt{5^2 \cdot 7} = -\sqrt{25 \cdot 7} = -\sqrt{175}$.

3. Comparați numerele:

a) $2\sqrt{15}$ și $3\sqrt{7}$;

b) $-6\sqrt{2}$ și $-5\sqrt{3}$.

Soluție:

a) $2\sqrt{15} = \sqrt{2^2 \cdot 15} = \sqrt{4 \cdot 15} = \sqrt{60}$, $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63}$, deci $2\sqrt{15} < 3\sqrt{7}$;

b) $-6\sqrt{2} = -\sqrt{6^2 \cdot 2} = -\sqrt{72}$, $-5\sqrt{3} = -\sqrt{5^2 \cdot 3} = -\sqrt{75}$, deci $-6\sqrt{2} > -5\sqrt{3}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$; ☐

b) $\sqrt{7^2 \cdot 6} = 7\sqrt{6}$; ☐

c) $\sqrt{3^2 \cdot 5} = 5\sqrt{3^2}$. ☐

2. Scoateți factorii de sub radical:

a) $\sqrt{12} = \dots\dots\dots$; b) $\sqrt{18} = \dots\dots\dots$; c) $\sqrt{24} = \dots\dots\dots$;

d) $\sqrt{28} = \dots\dots\dots$; e) $\sqrt{48} = \dots\dots\dots$; f) $\sqrt{50} = \dots\dots\dots$.

3. Scoateți factorii de sub radical:

a) $\sqrt{54}$;

b) $\sqrt{60}$;

c) $\sqrt{63}$;

d) $\sqrt{72}$;

e) $\sqrt{75}$; f) $\sqrt{80}$; g) $\sqrt{96}$; h) $\sqrt{98}$.

Respect pentru oameni și cărți

[illegible]

4. Scoateti factorii de sub radical:

a) $\sqrt{108}$; b) $\sqrt{112}$; c) $\sqrt{125}$; d) $\sqrt{128}$;
e) $\sqrt{150}$; f) $\sqrt{175}$; g) $\sqrt{180}$; h) $\sqrt{192}$.

[illegible]

--	--	--	--	--	--	--	--

5. Stabiliti valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $4\sqrt{15} = \sqrt{4^2 \cdot 15}$; b) $-6\sqrt{3} = \sqrt{-6^2 \cdot 3}$; c) $-5\sqrt{2} = -\sqrt{5^2 \cdot 2}$.

6. Introduceți factorii sub radical:

a) $2\sqrt{3} = \dots\dots\dots$; b) $3\sqrt{2} = \dots\dots\dots$; c) $2\sqrt{5} = \dots\dots\dots$;
d) $6\sqrt{2} = \dots\dots\dots$; e) $4\sqrt{5} = \dots\dots\dots$; f) $5\sqrt{3} = \dots\dots\dots$

7. Introduceți factorii sub radical:

a) $10\sqrt{2} = \dots$; b) $10\sqrt{3} = \dots$; c) $10\sqrt{5} = \dots$; d) $10\sqrt{7} = \dots$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

8. Introduceți factorii sub radical:

a) $6\sqrt{3}$; b) $5\sqrt{5}$; c) $9\sqrt{2}$; d) $4\sqrt{7}$;
e) $5\sqrt{6}$; f) $7\sqrt{3}$; g) $6\sqrt{5}$; h) $5\sqrt{7}$.

9. Introduceți factorii sub radical:

a) $-4\sqrt{3}$; b) $-5\sqrt{2}$; c) $-2\sqrt{7}$; d) $-3\sqrt{5}$;
e) $-7\sqrt{5}$; f) $-9\sqrt{6}$; g) $-5\sqrt{8}$; h) $-6\sqrt{7}$.

10. Scoateti factorii de sub radical:

a) $\sqrt{245}$; b) $\sqrt{300}$; c) $\sqrt{320}$; d) $\sqrt{252}$.

11. Scoateti factorii de sub radical în următoarele cazuri:

a) $\sqrt{720}$; b) $\sqrt{588}$; c) $\sqrt{675}$; d) $\sqrt{648}$.

12. Determinați numărul natural a dacă:

a) $\sqrt{20} = a\sqrt{5}$; b) $\sqrt{63} = a\sqrt{7}$; c) $\sqrt{45} = a\sqrt{5}$;
d) $\sqrt{294} = a\sqrt{6}$; e) $\sqrt{243} = a\sqrt{3}$; f) $\sqrt{338} = a\sqrt{2}$.

13. Determinați numărul natural n din următoarele egalități:

a) $4\sqrt{3} = \sqrt{n}$; b) $5\sqrt{6} = \sqrt{n}$; c) $7\sqrt{2} = \sqrt{n}$;
d) $6\sqrt{10} = \sqrt{n}$; e) $3\sqrt{15} = \sqrt{n}$; f) $2\sqrt{17} = \sqrt{n}$.

14. Determinați cifra x pentru care are loc egalitatea:

- a) $\sqrt{28x} = 12\sqrt{2}$; b) $\sqrt{17x} = 5\sqrt{7}$; c) $\sqrt{19x} = 8\sqrt{3}$; d) $\sqrt{60x} = 11\sqrt{5}$.

15. Comparați numerele reale x și y dacă:

- a) $x = 2\sqrt{3}$ și $y = 3\sqrt{2}$; b) $x = 2\sqrt{7}$ și $y = 3\sqrt{3}$;
c) $x = 4\sqrt{5}$ și $y = 5\sqrt{3}$; d) $x = 4\sqrt{3}$ și $y = 5\sqrt{2}$.

16. Comparați numerele reale x și y în următoarele cazuri:

- a) $x = -4\sqrt{6}$ și $y = -7\sqrt{2}$; b) $x = -6\sqrt{7}$ și $y = -7\sqrt{5}$;
c) $x = -6\sqrt{3}$ și $y = -4\sqrt{7}$; d) $x = -5\sqrt{7}$ și $y = -6\sqrt{5}$.

17. Scoateți factorii de sub radical în următoarele cazuri:

- a) $\sqrt{2^{25} + 2^{24}}$; b) $\sqrt{3^{31} - 3^{30}}$; c) $\sqrt{5^{21} + 5^{20}}$; d) $\sqrt{7^{43} - 7^{42}}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

18. Determinați numărul natural n pentru care are loc egalitatea:

- a) $\sqrt{20 \cdot n} = 10\sqrt{2}$; b) $\sqrt{18 \cdot n} = 12\sqrt{3}$; c) $\sqrt{72 \cdot n} = 12\sqrt{7}$;
d) $\sqrt{200 \cdot n} = 20\sqrt{3}$; e) $\sqrt{147 \cdot n} = 21\sqrt{6}$; f) $\sqrt{192 \cdot n} = 24\sqrt{5}$.

19. Scoateți factorii de sub radical:

- a) $\sqrt{3^{26} - 9^{12}}$; b) $\sqrt{5^{20} - 25^9}$; c) $\sqrt{7^{16} + 49^7}$; d) $\sqrt{2^{32} - 4^{13}}$.

20. Determinați cardinalul mulțimii:

- a) $A = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid \sqrt{ab} = n\sqrt{2}, n \in \mathbb{N}\}$; b) $B = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid \sqrt{ab} = n\sqrt{3}, n \in \mathbb{N}\}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scoateți factorii de sub radical:

- a) $\sqrt{32}$; b) $2\sqrt{45}$; c) $-\sqrt{112}$.

(3p) **2.** Introduceți factorii sub radical:

- a) $5\sqrt{2}$; b) $-4\sqrt{5}$; c) $10\sqrt{6}$.

(3p) **3.** Determinați numărul natural n pentru care are loc egalitatea $\sqrt{45 \cdot n} = 15\sqrt{2}$.

Lecția 3. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale



Citesc și rețin

Numărul irațional este o fracție zecimală infinită și neperiodică. Mulțimea numerelor iraționale se notează cu litera $\mathbb{I}$.

Observație: Dacă $a \in \mathbb{Q}_+$ și $a \neq b^2$, unde $b \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{I}$. Acestea nu sunt singurele numere iraționale. De exemplu, în capitolul *Cercul* vom întâlni numărul irațional π , ce reprezintă câtul dintre lungimea cercului și lungimea diametrului acestuia.

Exemple: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{0,1}$, $\sqrt{1,(3)}$, π .

Reunind mulțimea numerelor iraționale și mulțimea numerelor raționale se obține mulțimea numerelor reale, care se notează cu $\mathbb{R}$. Prin urmare, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$, iar $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Observație: Între mulțimile $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ și $\mathbb{R}$ are loc tripla incluziune: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.



Cum se aplică?

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{64} \in \mathbb{I}$; b) $\sqrt{7} \in \mathbb{I}$; c) $\sqrt{0,01} \in \mathbb{I}$; d) $\sqrt{5,(4)} \notin \mathbb{I}$.

Soluție:

a) (F), deoarece $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8 \in \mathbb{Q}$;

b) (A), deoarece 7 nu este pătrat perfect;

c) (F), deoarece $\sqrt{0,01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{1^2}{10^2}} = \frac{1}{10} \in \mathbb{Q}$;

d) (A), deoarece $\sqrt{5,(4)} = \sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \sqrt{\frac{7^2}{3^2}} = \frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$.

2. Arătați că:

- a) $\sqrt{37^{26}} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{25^{25}} \in \mathbb{Q}$.

Soluție:

a) $\sqrt{37^{26}} = \sqrt{37^{13 \cdot 2}} = \sqrt{(37^{13})^2} = 37^{13} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{25^{25}} = \sqrt{(5^2)^{25}} = \sqrt{(5^{25})^2} = 5^{25} \in \mathbb{Q}$.

3. Se consideră numărul $a = \sqrt{7^{20} - 7^{18}}$. Arătați că $a \in \mathbb{I}$.

Soluție:

$$a = \sqrt{7^{20} - 7^{18}} = \sqrt{7^{18}(7^2 - 1)} = \sqrt{7^{18}(49 - 1)} = \sqrt{(7^9)^2 \cdot 48} = 7^9 \sqrt{4^2 \cdot 3} = 7^9 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot 7^9 \sqrt{3}$$
 și deoarece $\sqrt{3} \in \mathbb{I}$, rezultă că $a \in \mathbb{I}$.